Nicola

Der Sprung in den Schokobrunnen!

„Liebe Wirtschaftsanalytikerin/ Lieber Wirtschaftsanalytiker,

hiermit erhalten Sie den Auftrag, eine Analyse zu dem, im folgenden Text vorgestellten, Schokoladenriegel-Produzenten „Schokoholic" anzufertigen. Bitte bearbeiten Sie alle Aufgaben und beachten Sie, dass Ihre Lösungen vollständig, ordentlich und verständlich sein müssen. Wir wünschen uns außerdem, wenn angemessen, eine graphische Darstellung Ihrer Ergebnisse (https://www.geogebra.org/graphing?lang=en):

„Schokoholic" wurde vor 17 Monaten offiziell gegründet. Es wird der Zeit in Monaten (x-Achse) jeweils eine Anzahl an verkauften Schokoriegeln (y-Achse) als Funktion f(x) zugeordnet.

$$\mathbf{f(x) = \frac{1}{12}\, x^3 + x^2 - 3x + 3}$$

Angaben der x-Werte in 1:10 000; Angaben der y-Werte in 1:1

1.) Betrachten Sie zunächst nur das Intervall seit Firmenbeginn $[-17; 0]$:

a) Erläutern Sie, was in diesem Kontext x=0 bedeutet und berechne den dazugehörigen y-Wert. Was geht daraus für x<0 bzw. x>0 hervor?

b) Zeigen Sie grafisch, wann der Verkauf von Schokoriegeln anfing.

c) Überraschender Weise erlebte die Marke einen erstaunlichen Boom und wurde zum Verkaufsschlager. Jeder wollte die neue Fairtrade, CO_2-neutrale und dennoch leckere Schokolade probieren. 😉 Berechnen Sie den Zeitpunkt, an dem die meisten Schokoriegel verkauft wurden und wie vielen Schokoriegeln dies entsprach.

d) Kurz darauf wurde eine neue Sorte unter dem PR-Namen „Black & White" in das Sortiment eingeführt. Es kam zu einem Skandal! Rassismus-Vorwürfe u.Ä. zerstörten den guten Ruf der Firma.
Zeigen Sie, wie sich dies auf den Absatz von „Schokoholic" auswirkte indem Sie...
   I. den Zeitraum der Katastrophe und die durchschnittliche Abnahme der Verkaufszahlen bestimmen.
   II. den Zeitpunkt, an dem die Verkaufszahlen am stärksten fielen, bestimmen. Wenn der Zustand zu eben diesem Zeitpunkt durchgehend so vorgeherrscht hätte, wäre eine neue Funktion g(x) entstanden. Berechnen Sie g(x).

2.) Betrachten Sie nun die Prognosen des Verkaufsverlaufs (Intervall $[0; +\infty]$):

a) „Schokoholic" hat vor in dem kommenden Monat ein Rebranding durchzuführen. Bestimmen Sie den Zeitpunkt, an dem die Verkaufszahlen wahrscheinlich ihr absolutes Tief erreichen und wie viele Schokoriegel zu diesem Zeitpunkt verkauft werden.

b) Beschreiben Sie anhand des Graphen, wie der Verkauf sich möglicherweise nach dem Rebranding verhalten wird.

Wir freuen uns auf Ihre Ergebnisse! ~Anonymer Schokofan~"

Nicola

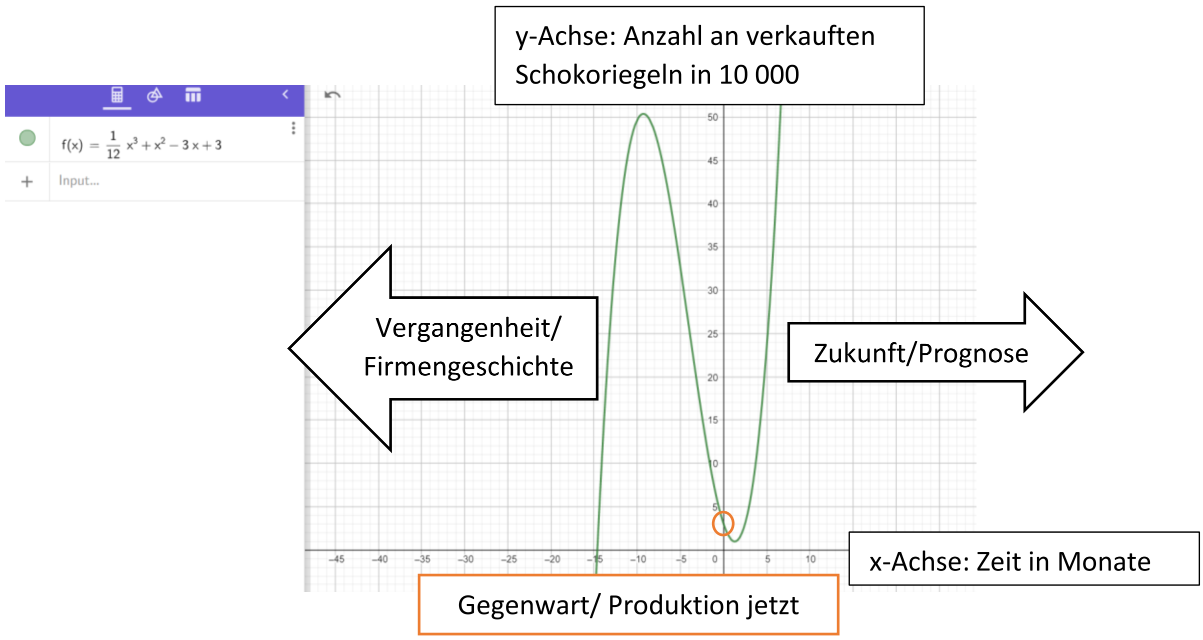
Musterlösung

1.) Betrachten Sie zunächst nur das Intervall seit Firmenbeginn $[-17; 0]$:

a) Erläutern Sie, was in diesem Kontext x=0 bedeutet und berechnen Sie den dazugehörigen y-Wert. Was geht daraus für x<0 bzw. x>0 hervor?

Nr. 1

a) Bei $x=0$ schneidet die Funktion $f(x)$ die y-Achse. Der Punkt $P(0/y)$ gibt somit die Gegenwart bzw. die am heutigen Tag verkauften Schokoriegel an. Die Funktion für $x<0$ beschreibt somit die Vergangenheit bzw. die Firmen-/Verkaufsgeschichte von „Schokoholic". Dagegen ist die Funktion $f(x)$ für $x>0$ als Zukunftsprognose der Firma „Schokoholic" zu verstehen.



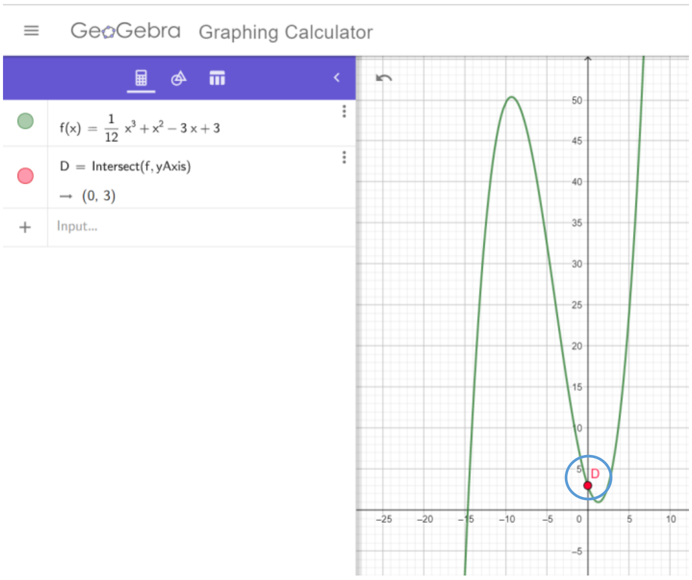
Nicola

$y = ?$ $\quad x = 0$

$f(0) = \frac{1}{12} 0^3 + 0^2 - 3 \cdot 0 + 3$

$y = 3$

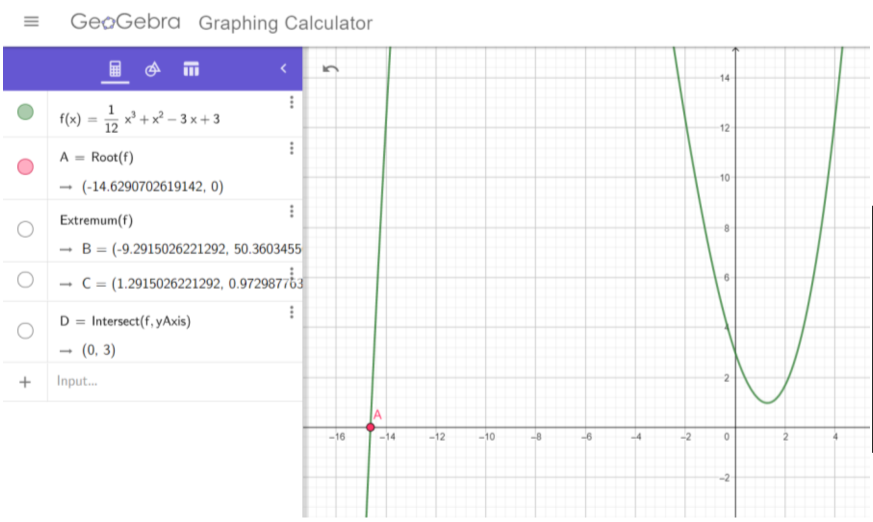
Antwortsatz (A): Heute hat „Schokoholic" 30 000 Schokoriegel verkauft.



y-Achsen-Schnittpunkt bei y=3

b) Zeigen Sie grafisch, wann der Verkauf von Schokoriegeln anfing.

b) Verkaufsbeginn $\Rightarrow f(x) > 0 \Rightarrow$ alles nach $x = 0$ // Null-stelle



Punkt A: Ab A ist y (=die Anzahl der verkauften Produkten) erstmals positiv. Entsprechend bedeutet dies, dass vor 14,63 Monaten bzw. 444,05 Tagen erstmals Schokoriegel verkauft wurden.

Nicola

c) Berechnen Sie den Zeitpunkt, an dem die meisten Schokoriegel verkauft wurden und wie vielen Schokoriegeln dies entsprach.

c) meisten Schokoriegel = Hochpunkt

$f(x) = \frac{1}{12}x^3 + x^2 - 3x + 3$

$f'(x) = \frac{1}{4}x^2 + 2x - 3$

$f'(x) = 0$

$0 = \frac{1}{4}x^2 + 2x - 3 \mid : \frac{1}{4}$

$= x^2 + 8x - 12$

$x_{1/2} = -\frac{8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2 + 12}$

$= -4 \pm \sqrt{(4)^2 + 12}$

$= -4 \pm \sqrt{28}$

$x_1 = 1{,}29 \qquad x_2 = \underline{\underline{-9{,}29}}$

x_2 ist im Intervall $[-17; 0]$; x_1 nicht.

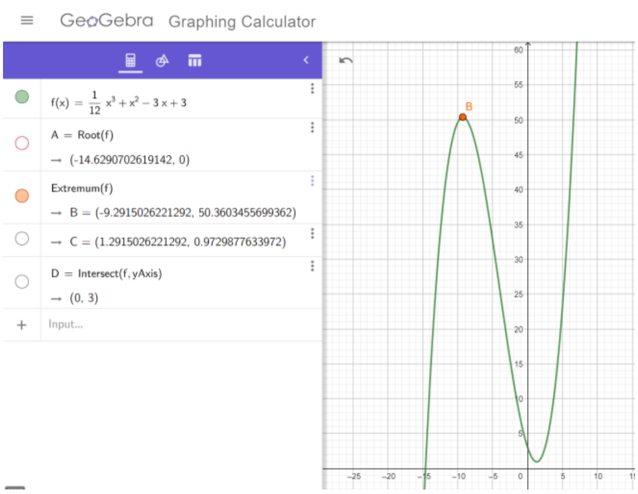
$f''(x) = \frac{1}{2}x + 2$

$f''(-9{,}29) = \frac{1}{2} \cdot (-9{,}29) + 2 = -2{,}65$

↳ Hochpunkt

Anzahl der Schokoriegel = y   y bei $x = -9{,}29$

$f(-9{,}29) = 50{,}36$



Punkt B= positives Extremum/ Hochpunkt

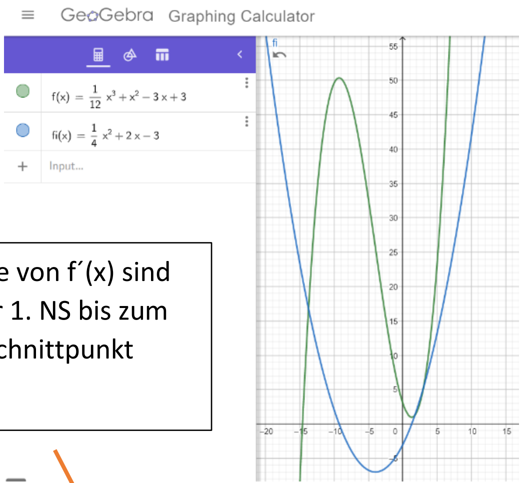
Dabei gibt die x-Koordinate den Zeitpunkt des Höchststandes und die y-Koordinate die höchste Anzahl an verkauften Schokoriegel an.

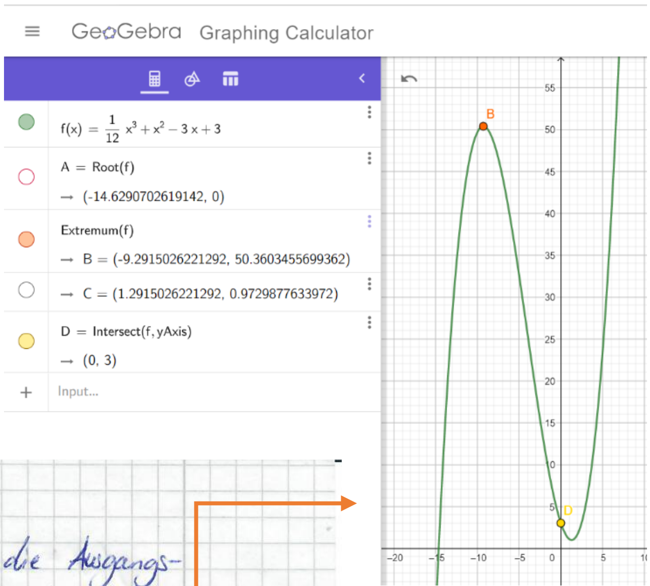
Nicola

A: Die meisten Schokoriegel wurden vor 9,29 Monaten oder 282,04 Tagen verkauft. Dies entspricht 7,71 Monate bzw. 233,99 Tage nach der Firmengründung. Zu eben diesem Zeitpunkt, erreichte der Verkauf von Schokoriegeln mit einer Zahl von 50 360 einen Hochpunkt.

d) Zeigen Sie, wie sich dies auf den Absatz von „Schokoholic" auswirkte indem Sie…

I. den Zeitraum der Katastrophe und die durchschnittliche Abnahme der Verkaufszahlen bestimmen.





Die y-Werte von f´(x) sind nach seiner 1. NS bis zum y-Achsen Schnittpunkt negativ.

Das Intervall von $[x > B; x < D]$ ist hier also von Bedeutung.

d)

I Anhand der Funktion $f'(x)$ sieht man, dass die Ausgangsfunktion $f(x)$ nach ihrem Hochpunkt streng monoton fällt. Diese Aussage gilt es im angegeben Intervall von $[-17; 0]$ zu betrachten. Der Bereich in dem die Verkaufszahlen drastisch abnehmen ist I_2 $[-9{,}28; 0]$.

durchschnittliche Abnahme => Differenzenquotient

$$\frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

$f(x_0+h) = f(0)$

$f(x_0) = f(-9{,}28)$

$h = 9{,}28$

$$\frac{f(0) - f(-9{,}28)}{9{,}28}$$

$$\frac{3 - 50{,}36}{9{,}28} = -5{,}1$$

A: Die Verkaufszahlen nehmen Im Intervall 2 im Durchschnitt um einen Faktor von $-5{,}1$ ab.

Nicola

II. den Zeitpunkt, an dem die Verkaufszahlen am stärksten fielen, bestimmen. Wenn der Zustand zu eben diesem Zeitpunkt durchgehend so vorgeherrscht hätte, wäre eine neue Funktion g(x) entstanden. Berechnen Sie g(x).

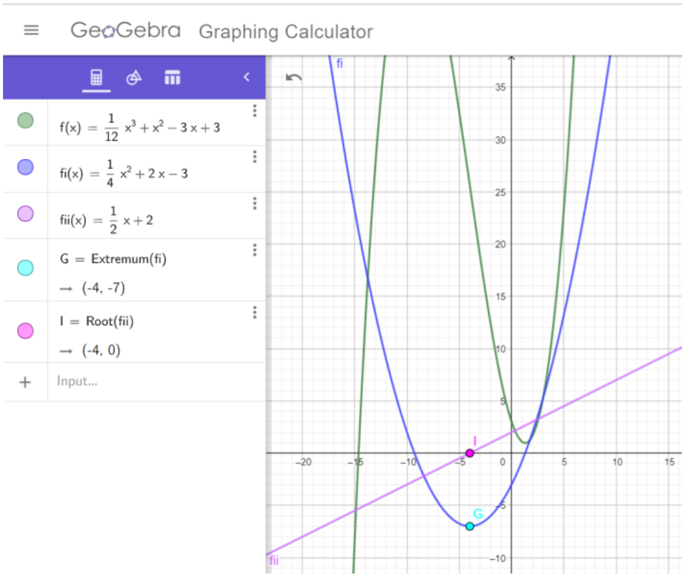
II. Zeitpunkt, der stärksten Abnahme = Wendestelle der $f(x)$

$\Rightarrow$ Tiefpunkt der $f'(x)$ $\Rightarrow$ Nullstelle von $f''(x)$

$f''(x) = 0{,}5x + 2$

$0 = 0{,}5x + 2 \quad | -2 \quad | :0{,}5$ $\qquad f'''(x) = 0{,}5$ ✓

$x = -4$



Punkt G=Tiefpunkt/ Extremstelle der ersten Ableitungsfunktion f´(x)

Punkt I=Nullstelle der zweiten Ableitungsfunktion f´´(x)

A: Die Verkaufszahlen fielen vor 4 Monaten am stärksten.

Nicola

$g(x) =$ Tangentenfunktion des Wendepunkts W $=$ lineare Funktion

Wendepunkt bestimmen

$f(-4) = \frac{77}{3} = 25{,}67$

$W(-4 \mid \frac{77}{3})$

$m = f'(-4)$

$f'(-4) = -7$

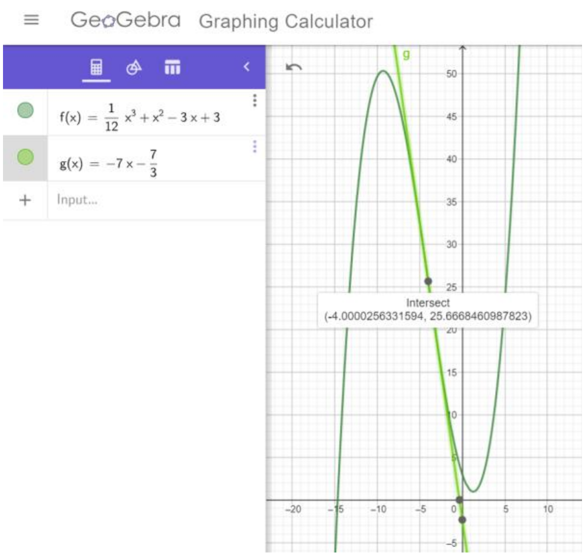
$g(x) = mx + b$

$\frac{77}{3} = -7 \cdot (-4) + b \quad | -28$

$b = -\frac{7}{3}$

A: Die Funktionsgleichung von $g(x)$ lautet:

$g(x) = -7x - \frac{7}{3}$



g(x)= Tangentenfunktion des Wendepunkts W

Nicola

2.) Betrachten Sie nun die Prognosen des Verkaufsverlaufs (Intervall $[0; +\infty]$):

a) Bestimmen Sie den Zeitpunkt, an dem die Verkaufszahlen wahrscheinlich ihr absolutes Tief erreichen und wie viele Schokoriegel zu diesem Zeitpunkt verkauft werden.

Nr. 2

a) absolutes Tief = Tiefpunkt im Intervall $[0; +\infty]$

↳ Rückbezug zu der Berechnung aus Nr. 1c)

$\Rightarrow x_1 = -4 + \sqrt{28}$
$= 1{,}29$
} ⇒ zweite Extremstelle der $f(x)$

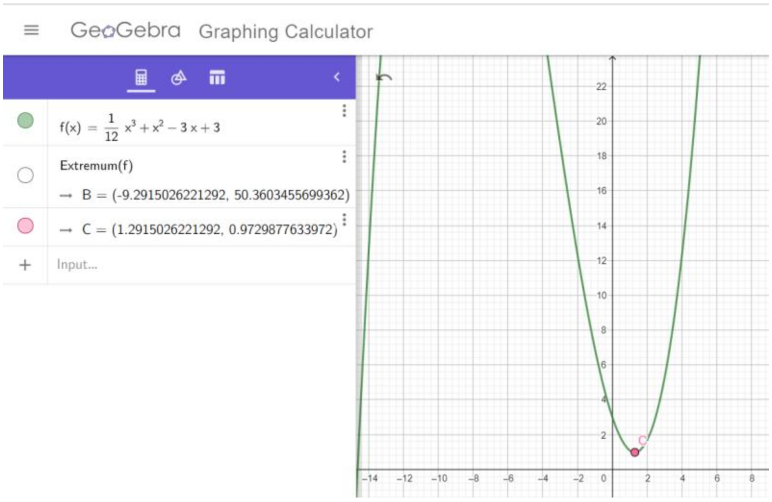
$f''(x) = 0{,}5x + 3$

$f''(1{,}29) = 3{,}65 \Rightarrow$ Tiefpunkt

1,29 Monate = 39,2 Tage

wie viele Schokoriegel zum Tiefpunkt T $\Rightarrow f(1{,}29)$

$f(1{,}29) = 0{,}973$



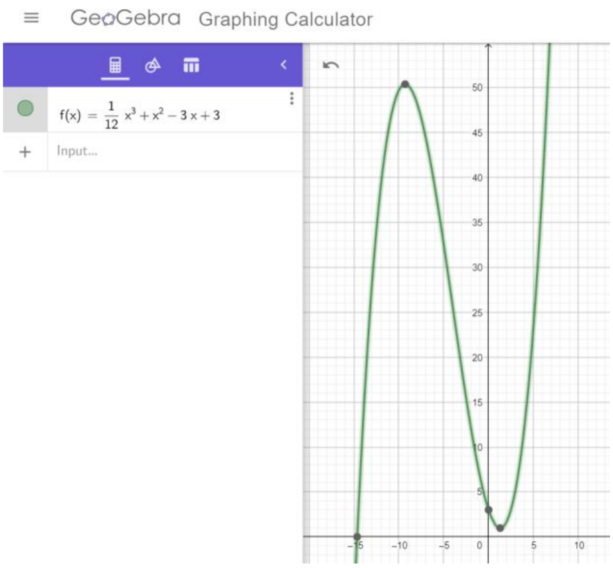
Punkt C=absoluter Tiefpunkt der Funktion f(x) im Intervall $[0; +\infty]$

A: „Schokoholic" wird voraussichtlich in 39,2 Tagen seinen Tiefpunkt in Sache Verkaufszahlen erleiden müssen. Dann werden momentär nur 973 Schokoriegel verkauft werden.

Nicola

b) Beschreiben Sie anhand des Graphen, wie der Verkauf sich möglicherweise nach dem Rebranding verhalten wird.

Man erkennt schon daran, dass f(x) eine Funktion 4. Grades ist, das sie wie eine typische kubische Funktion gegen x=+∞ auch y=+∞ Werte aufzeigen wird.



Anhand des stark ansteigenden Graphs nach dem Tiefpunkt bei x=1,29 sieht man, dass die Verkaufszahlen wieder ansteigen werden.

Ob es sich hierbei um eine realitätsgetreue Darstellung handelt, ist aber anzuzweifeln, da die Verkaufszahlen sonst gegen +∞ gleichfalls ins +∞ steigen würden, was wirtschaftlich gesehen unmöglich ist. Die Funktion ist daher ab seinem Tiefpunkt keineswegs als realistische Prognose anzusehen.